

## Вариант 1.4 (июль 2002 г.)

Факультет Вычислительной математики и кибернетики.

1. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$|a|(a^2 + 2)x + a^2(a + \sqrt{5}) = \sqrt{5}a^2x + a^2 + 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5}x + (6 + \sqrt{5})a$$

имеет бесконечно много корней?

2. Решите неравенство

$$2 \sin(2 \arccos x) - 3 \sin(\arccos x) \geq 0.$$

3. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AD = 8$ ,  $AB = 3$  и  $AA_1 = 4$ . Найдите угол между прямой  $B_1 D$  и прямой, проходящей через середины ребер  $AA_1$  и  $B_1 C_1$ .
4. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  в 6 часов утра вышел товарный поезд. В этот же момент из пункта  $B$  в пункт  $A$  вышли пассажирский и скорый поезда. Все поезда следуют с постоянными скоростями без остановок. Известно, что скорость пассажирского поезда составляет три четверти от скорости скорого поезда. Товарный поезд встретил скорый поезд не позднее 9 часов 20 минут утра и прибыл в пункт  $B$  в 16 часов того же дня. Известно, что между моментами встречи товарного поезда со скорым и пассажирскими поездами прошло не менее 40 минут. Найдите время прибытия пассажирского поезда в пункт  $A$ .
5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{15 \sin x + 6} + \sqrt{21 \cos y - 15 \sin x} = 5, \\ \sqrt{21 \cos y + 2} + 2\sqrt{21 \cos y - 15 \sin x} = 7. \end{cases}$$

6. Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $D$ . Точка  $E$  лежит на прямой  $BC$ , причем угол  $DAE$  - прямой. Известно, что  $AB^2 - AC^2 = 640$ ,  $DE = 198$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен  $66\sqrt{2}$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

## ОТВЕТЫ

1. Ответ:  $a = -\sqrt{5}$ .
2. Ответ:  $\{-1\} \cup \left[\frac{3}{4}; 1\right]$ .

3. Ответ:  $\arccos\left(\frac{15}{\sqrt{2581}}\right)$ .

4. Ответ: 12 часов 40 минут того же дня.

5. Ответ:  $\left\{ \left( (-1)^k \arcsin \frac{1}{6} + \pi k ; \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n \right), k, n \in \mathbb{Z} \right\}$ .

6. Ответ:  $S = 120\sqrt{2}$ .