

Вариант 1.3 (июль 2002 г.)

Факультет Вычислительной математики и кибернетики.

1. При каких значениях параметра b уравнение

$$b^4x + b^2 + (2 + \sqrt{2})b + 2\sqrt{2} = b^2(b + \sqrt{2}) + 4x$$

имеет бесконечно много корней?

2. Решите неравенство

$$2 \cos(\arcsin x) - \sin\left(\frac{1}{2} \arccos x\right) \leq 0.$$

3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AD = 6$, $AB = 3$ и $AA_1 = 2$. Найдите угол между прямой AC_1 и прямой, проходящей через середины ребер AA_1 и B_1C_1 .
4. Из пункта A в пункт B в 8 часов утра вышел пешеход. Спустя два часа из пункта A вслед за пешеходом по той же дороге выехал велосипедист и мотоциклист. Известно, что скорость мотоциклиста в три раза больше скорости велосипедиста. не позднее чем через 15 минут после своего выезда из пункта A мотоциклист обогнал пешехода и продолжил путь в пункт B . Велосипедист пешехода спустя не менее 45 минут после обгона пешехода мотоциклистом. Пешеход прибыл в пункт B в 14 часов того же дня. Найдите время прибытия мотоциклиста в пункт B .
5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{13 \cos x + 98 \sin y} - \sqrt{13 \cos x + 28 \sin y}}{2\sqrt{13 \cos x + 28 \sin y} - \sqrt{70 \sin y + 8}} = 4, \\ \frac{\sqrt{13 \cos x + 98 \sin y} - \sqrt{13 \cos x + 28 \sin y}}{2\sqrt{13 \cos x + 28 \sin y} - \sqrt{70 \sin y + 8}} = 2. \end{cases}$$

6. Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает сторону BC в точке D . Окружность радиуса 35, центр которой лежит на прямой BC , проходит через точки A и D . Известно, что $AB^2 - AC^2 = 216$, а площадь треугольника ABC равна $90\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

ОТВЕТЫ

1. Ответ: $b = -\sqrt{2}$.

2. Ответ: $\left[-1; -\frac{7}{8}\right] \cup \{1\}$.

3. Ответ: $\arccos\left(\frac{29}{7\sqrt{19}}\right)$.

4. Ответ: 10 часов 40 минут того же дня.

5. Ответ: $\left\{\left(\pm \arccos\frac{1}{5} + 2\pi k; (-1)^n \arcsin\frac{4}{5} + \pi n\right), k, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

6. Ответ: $R = 7\sqrt{3}$.