Вариант 1.1 (апрель 2002 г.)

Факультет Вычислительной математики и кибернетики.

1. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости *Oxy* условиями

$$\begin{cases} 3y + x \geq -5, \\ 6\sqrt{y+1} \leq 6 - 4y, \\ x \leq 0. \end{cases}$$

2. Решите неравенство

$$|6 - \log_2(4x^2 - 20x + 25)| \cdot \log_{5-2x} 32 \leq 5.$$

3. Даны две окружности. Первая из них вписана в треугольник *ABC*, вторая касается стороны *AC* и продолжений сторон *AB* и *BC*. Известно, что эти окружности касаются друг друга, сумма кубов их радиусов равно 152, а угол *BAC* равен $\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$. Найдите радиус окружности, описанной вокруг треугольника *ABC*.

4. Найдите tg |x|, если известно, что

$$(5\sin x + 3\cos x + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{11} - 3\sqrt{\sin|x|}) = 0.$$

5. При каких значения параметра *a* система

$$\begin{cases} \sin(2\pi\sqrt{a^2 - x^2}) = 0, \\ 2 \cdot 3^{|ax|} + 3^{2-|ax|} \leq 19 \end{cases}$$

имеет наибольшее число решений?

6. Рассматриваются всевозможные параллелепипеды с четырмя ребрами длины 4 и остальными ребрами длины 3, в которые можно вписать шар. Найдите максимальное значение радиуса такого шара.

ОТВЕТЫ

1. Ответ: $S = \frac{7}{2}$.

2. Ответ: $\left[-\frac{59}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup \left(2; \frac{5}{2}\right)$.

3. Ответ: $R = 8$.

4. Ответ: $\left\{1\,;\,-\dfrac{7}{23}\right\}$.

5. Ответ: $a \in [-\sqrt{2}\,;\,-1) \cup (1\,;\,\sqrt{2}\,]$.

6. Ответ: $r = 1$.