

Вариант 1

1. Два поезда, содержавшие по 15 одинаковых вагонов каждый, двигались навстречу друг другу с постоянными скоростями. Ровно через 28 с после встречи их первых вагонов пассажир Саша, сидя в купе третьего вагона, поравнялся с пассажиром встречного поезда Валерой, а еще через 32 с последние вагоны этих поездов полностью разъехались. В каком по счету вагоне ехал Валера?

2. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой

$$\begin{cases} \sqrt{1-x} + 2x \geq 0 \\ -1 - x^2 \leq y \leq 2 + \sqrt{x}. \end{cases}$$

3. Из шара какого наименьшего радиуса можно вырезать правильную четырехугольную пирамиду с ребром основания 14 и апофемой 12?

4. Решите неравенство

$$\log_5(5x^2 + 2x) \cdot \log_5\left(5 + \frac{2}{x}\right) > \log_5 5x^2.$$

5. Две окружности касаются друг друга внутренним образом в точке  $K$ . Хорда  $AB$  большей окружности касается меньшей окружности в точке  $L$ , причем  $AL = 10$ . Найдите  $BL$ , если  $AK : BK = 2 : 5$ .

6. При каких значениях  $a$ ,  $b$  и  $c$  множество действительных корней уравнения

$$x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx = c$$

состоит в точности из чисел  $-1$  и  $1$ ?

7. Какое наименьшее (одинаковое) число карандашей нужно положить в каждую из 6 коробок так, чтобы в любых 4 коробках нашлись карандаши любого из 26 заранее заданных цветов (карандашей имеется достаточное количество)?

8. Функция  $y = f(t)$  такова, что сумма корней уравнения

$$f(\sin x) = 0$$

на отрезке  $[3\pi/2, 2\pi]$  равна  $33\pi$ , а сумма корней уравнения

$$f(\cos x) = 0$$

на отрезке  $[\pi, 3\pi/2]$  равна  $23\pi$ . Какова сумма корней второго уравнения на отрезке  $[\pi/2, \pi]$ ?

20 марта 2011 г.

Вариант 1

1. Два поезда, содержавшие по 15 одинаковых вагонов каждый, двигались навстречу друг другу с постоянными скоростями. Ровно через 28 с после встречи их первых вагонов пассажир Саша, сидя в купе третьего вагона, поравнялся с пассажиром встречного поезда Валерой, а еще через 32 с последние вагоны этих поездов полностью разъехались. В каком по счету вагоне ехал Валера?

2. Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости системой

$$\begin{cases} \sqrt{1-x} + 2x \geq 0 \\ -1 - x^2 \leq y \leq 2 + \sqrt{x}. \end{cases}$$

3. Из шара какого наименьшего радиуса можно вырезать правильную четырехугольную пирамиду с ребром основания 14 и апофемой 12?

4. Решите неравенство

$$\log_5(5x^2 + 2x) \cdot \log_5\left(5 + \frac{2}{x}\right) > \log_5 5x^2.$$

5. Две окружности касаются друг друга внутренним образом в точке  $K$ . Хорда  $AB$  большей окружности касается меньшей окружности в точке  $L$ , причем  $AL = 10$ . Найдите  $BL$ , если  $AK : BK = 2 : 5$ .

6. При каких значениях  $a$ ,  $b$  и  $c$  множество действительных корней уравнения

$$x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx = c$$

состоит в точности из чисел  $-1$  и  $1$ ?

7. Какое наименьшее (одинаковое) число карандашей нужно положить в каждую из 6 коробок так, чтобы в любых 4 коробках нашлись карандаши любого из 26 заранее заданных цветов (карандашей имеется достаточное количество)?

8. Функция  $y = f(t)$  такова, что сумма корней уравнения

$$f(\sin x) = 0$$

на отрезке  $[3\pi/2, 2\pi]$  равна  $33\pi$ , а сумма корней уравнения

$$f(\cos x) = 0$$

на отрезке  $[\pi, 3\pi/2]$  равна  $23\pi$ . Какова сумма корней второго уравнения на отрезке  $[\pi/2, \pi]$ ?

20 марта 2011 г.