

Московский Государственный Университет имени  
М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2011

ВАРИАНТ 114.

1. Вычислите значение функции  $\frac{x^2-1,75}{x+5}$  в точке  $x = \frac{4}{3}$ .

2. Решите уравнение

$$(\sin x - \cos x)^2 = 2.$$

3. Решите уравнение

$$\log_3(2x + 1) = \log_9(4 + 3x).$$

4. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{1-3x}-1}{\sqrt{2+x}-1} < 1.$$

5. Медианы  $PE$  и  $QF$  треугольника  $PQR$  пересекаются в точке  $S$ . Найдите длину отрезка  $PQ$ , если  $SR = 2$  и известно, что вокруг четырехугольника  $SERF$  можно описать окружность.

6. Найдите наибольшее из значений функции

$$\frac{10^x}{25^{x-1} + 10^x + 4^{x+1}}.$$

7. В кубе с ребром 1 расположены две сферы различных радиусов. Первая касается плоскости основания и двух соседних боковых граней куба. Вторая сфера касается двух других боковых граней куба, грани куба, параллельной основанию, и первого шара. Чему равна сумма радиусов сфер?

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5x^2 - 2xy + 9y^2 \leq 1, \\ 3x - 5y \leq -2 \end{cases}$$