

Вступительный экзамент по математике, 2010 г.
Вариант 1.

1. В арифметической прогрессии первый член отрицательный и равен -405 , разность равна 18 . Сумма абсолютных величин (модулей) первых n членов этой прогрессии равна 5661 . Найдите n .
2. Решите неравенство:

$$\frac{1 + \log_{x-2}(-x^2 + 7x - 10)}{2 - \log_{5-x}(x^2 - 4x + 4)} \leq 2.$$

3. Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2(5x + \sin^2 y) + \left| \frac{5x + \cos 2y}{3} + \frac{3}{5x + \cos 2y} \right| = 4 \cos^2 \frac{7\pi}{4}.$$

4. В 4-угольнике $ABCD$ диагональ AC длины 9 является биссектрисой острого угла BAD и делит 4-угольник на 2 треугольника с площадями $6\sqrt{2}$ и $12\sqrt{2}$. Этот 4-угольник вписан в окружность. Найдите ее радиус.
5. Найдите все значения параметра a , при которых система имеет решение:

$$\begin{cases} 64 \cdot 25^{-\sqrt{y}} + (8 - 40a) \cdot 5^{-\sqrt{y}} - 5a \leq 0, \\ 40 \cdot 5^{-\sqrt{y}} = 80 \cdot 2^x + 5a + a \cdot 2^{-x}. \end{cases}$$

6. Основанием 4-угольной пирамиды $SABCD$ является прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 2$ и $AD = 3$. Высота пирамиды длиной $\frac{12}{\sqrt{23}}$ падает в точку пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Плоскость проходит через точку A , параллельна прямой BD , касается шара радиуса 1 с центром в точке S и пересекает ребро SC . В каком отношении она делит это ребро?