

1. Какое из чисел  $\frac{49}{18}$  и  $\frac{79}{24}$  ближе к 3?
2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых разность между корнями уравнения  $x^2 + 3ax + a^4 = 0$  максимальна.
3. Решите уравнение  $\sin 4x \cos 10x = \sin x \cos 7x$ .
4. Решите неравенство  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}} x} \geq (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\log_x (\sqrt{3} + \sqrt{2})}$ .
5. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Пусть  $M$  — середина отрезка  $AD$ , а  $N$  — произвольная точка отрезка  $BC$ . Пусть  $K$  — пересечение отрезков  $CM$  и  $DN$ , а  $L$  — пересечение отрезков  $MN$  и  $AC$ . Найдите все возможные значения площади треугольника  $DMK$ , если известно, что  $AD : BC = 3 : 2$ , а площадь треугольника  $ABL$  равна 4.
6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} ax^2 + 4ax - 8y + 6a + 28 \leq 0 \\ ay^2 - 6ay - 8x + 11a - 12 \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$  с боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . На рёбрах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  нижнего основания отмечены соответственно точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , таким образом, что  $AK : KB = 4 : 5$ ,  $BL : LC = 3 : 1$ ,  $CM : MD = 7 : 2$ ,  $DN : NA = 3 : 1$ . Пусть  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  — центры сфер, описанных около тетраэдров  $AKNA'$ ,  $BLKB'$ ,  $CMLC'$ , соответственно. Найдите  $PQ$ , если известно, что  $QR = 1$  и  $AB : BC = 3 : 2$ .

8. Найдите все пары чисел  $x, y$  из промежутка  $(0, \frac{\pi}{2})$ , при которых достигается минимум выражения

$$\left( \frac{\sqrt{3} \sin y}{\sqrt{2} \sin(x+y)} + 1 \right) \left( \frac{\sqrt{2} \sin x}{3 \sin y} + 1 \right)^2 \left( \frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{3} \sin x} + 1 \right)^4$$

1. Какое из чисел  $\frac{49}{32}$  и  $\frac{59}{24}$  ближе к 2?
2. Найдите все значения параметра  $p$ , при которых разность между корнями уравнения  $x^2 + px + 3p^4 = 0$  максимальна.
3. Решите уравнение  $\cos 10x \cos 7x = \cos 4x \cos x$ .
4. Решите неравенство  $(2 + \sqrt{3})^{\log_{2-\sqrt{3}} x} \geq (2 - \sqrt{3})^{\log_x (2 + \sqrt{3})}$ .
5. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Пусть  $M$  — середина отрезка  $AD$ , а  $N$  — произвольная точка отрезка  $BC$ . Пусть  $K$  — пересечение отрезков  $CM$  и  $DN$ , а  $L$  — пересечение отрезков  $MN$  и  $AC$ . Найдите все возможные значения площади треугольника  $ABL$ , если известно, что  $AD : BC = 5 : 2$ , а площадь треугольника  $DMK$  равна 5.
6. Найдите все значения параметра  $p$ , при которых система

$$\begin{cases} px^2 + 6px - 12y + 11p + 18 \leq 0 \\ py^2 - 2py - 12x + 3p - 30 \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$  с боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . На рёбрах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  нижнего основания отмечены соответственно точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , таким образом, что  $AK : KB = 7 : 9$ ,  $BL : LC = 2 : 1$ ,  $CM : MD = 3 : 1$ ,  $DN : NA = 2 : 1$ . Пусть  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  — центры сфер, описанных около тетраэдров  $AKNA'$ ,  $BLKB'$ ,  $CMLC'$ , соответственно. Найдите  $PQ$ , если известно, что  $QR = 1$  и  $AB : BC = 4 : 3$ .

8. Найдите все пары чисел  $x, y$  из промежутка  $(0, \frac{\pi}{2})$ , при которых достигается минимум выражения

$$\left( \frac{\sqrt{5} \cos y}{2 \sin(x+y)} + 1 \right) \left( \frac{2 \cos x}{3 \cos y} + 1 \right)^2 \left( \frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{5} \cos x} + 1 \right)^4$$

1. Какое из чисел  $\frac{55}{21}$  и  $\frac{95}{28}$  ближе к 3?
2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых разность между корнями уравнения  $x^2 + 5ax + a^4 = 0$  максимальна.
3. Решите уравнение  $\sin 7x \cos 11x = \sin x \cos 5x$ .
4. Решите неравенство  $(\sqrt{5} + 2)^{\log_{\sqrt{5}-2} x} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\log_x (\sqrt{5} + 2)}$ .
5. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Пусть  $M$  — середина отрезка  $AD$ , а  $N$  — произвольная точка отрезка  $BC$ . Пусть  $K$  — пересечение отрезков  $CM$  и  $DN$ , а  $L$  — пересечение отрезков  $MN$  и  $AC$ . Найдите все возможные значения площади треугольника  $DMK$ , если известно, что  $AD : BC = 4 : 3$ , а площадь треугольника  $ABL$  равна 3.
6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} ax^2 + 2ax + 8y + 3a - 36 \geq 0 \\ ay^2 - 8ay + 8x + 18a + 4 \geq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$  с боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . На рёбрах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  нижнего основания отмечены соответственно точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , таким образом, что  $AK : KB = 5 : 4$ ,  $BL : LC = CM : MD = 2 : 1$ ,  $DN : NA = 5 : 1$ . Пусть  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  — центры сфер, описанных около тетраэдров  $AKNA'$ ,  $BLKB'$ ,  $CMLC'$ , соответственно. Найдите  $QR$ , если известно, что  $PQ = 1$  и  $AB : BC = 3 : 2$ .
8. Найдите все пары чисел  $x, y$  из промежутка  $(0, \frac{\pi}{2})$ , при которых достигается минимум выражения

$$\left( \frac{\sqrt{6} \sin y}{\sqrt{5} \sin(x+y)} + 1 \right) \left( \frac{\sqrt{5} \sin x}{3 \sin y} + 1 \right)^2 \left( \frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{6} \sin x} + 1 \right)^4$$



1. Какое из чисел  $\frac{53}{36}$  и  $\frac{68}{27}$  ближе к 2?
2. Найдите все значения параметра  $p$ , при которых разность между корнями уравнения  $x^2 + px + 5p^4 = 0$  максимальна.
3. Решите уравнение  $\cos 12x \cos 5x = \cos 8x \cos x$ .
4. Решите неравенство  $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^{\log_{\sqrt{6}-\sqrt{5}} x} \geq (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{\log_x (\sqrt{6} + \sqrt{5})}$ .
5. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Пусть  $M$  — середина отрезка  $AD$ , а  $N$  — произвольная точка отрезка  $BC$ . Пусть  $K$  — пересечение отрезков  $CM$  и  $DN$ , а  $L$  — пересечение отрезков  $MN$  и  $AC$ . Найдите все возможные значения площади треугольника  $ABL$ , если известно, что  $AD : BC = 4 : 5$ , а площадь треугольника  $DMK$  равна 2.
6. Найдите все значения параметра  $p$ , при которых система

$$\begin{cases} px^2 + 8px + 12y + 18p - 30 \geq 0 \\ py^2 - 4py + 12x + 6p + 42 \geq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

7. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$  с боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . На рёбрах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  нижнего основания отмечены соответственно точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , таким образом, что  $AK : KB = 9 : 7$ ,  $BL : LC = 7 : 5$ ,  $CM : MD = 5 : 3$ ,  $DN : NA = 3 : 1$ . Пусть  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  — центры сфер, описанных около тетраэдров  $AKNA'$ ,  $BLKB'$ ,  $CMLC'$ , соответственно. Найдите  $QR$ , если известно, что  $PQ = 1$  и  $AB : BC = 4 : 3$ .
8. Найдите все пары чисел  $x, y$  из промежутка  $(0, \frac{\pi}{2})$ , при которых достигается минимум выражения

$$\left( \frac{\sqrt{7} \cos y}{\sqrt{6} \sin(x+y)} + 1 \right) \left( \frac{\sqrt{6} \cos x}{3 \cos y} + 1 \right)^2 \left( \frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{7} \cos x} + 1 \right)^4$$