Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Вступительное испытание по математике 1984 года

Вариант 1 (механико-математический факультет)

1. Решите уравнение

$$x^2 + 3x + |x + 3| = 0.$$

2. Среди корней уравнения

$$\frac{\cos 2\pi x}{1 + \operatorname{tg} \pi x} = 0$$

найдите тот, расстояние от которого до числа $\sqrt{13}$ на числовой прямой будет наименьшим.

3. Из середины D гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC проведен луч, перпендикулярный к гипотенузе и пересекающий один из катетов. На нем отложен отрезок DE, длина которого равна половине длины отрезка AB. Длина отрезка CE равна 1 и совпадает с длиной одного из катетов. Найдите площадь треугольника ABC. Представьте в виде десятичной дроби приближенное значение этой площади с точностью до $0,01$.

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3 \cdot 2^{y+3x}, \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x + 1}. \end{cases}$$

4. В четырехугольной пирамиде $SABCD$ основание $ABCD$ имеет своей осью симметрии диагональ AC, длина которой равна 9, а точка E пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ делит отрезок AC так, что длина отрезка AE меньше длины отрезка EC. Через середину бокового ребра пирамиды $SABCD$ проведена плоскость, параллельная основанию и пересекающаяся с ребрами SA, SB, SC, SD соответственно в точках A', B', C', D'. Получившийся многогранник $ABCDA'B'C'D'$, являющийся частью пирамиды $SABCD$, пересекается плоскостью α по правильному шестиугольнику, длина стороны которого равна 2. Найдите площадь треугольника ABD, если плоскость α пересекает отрезки BB' и DD'.