

Вариант 1 (факультет вычислительной математики и кибернетики)

1. Определить все действительные значения  $\alpha$ , при каждом из которых уравнение имеет решение, и найти все эти решения

$$\cos^4 x - (\alpha - 2) \cos^2 x - 3(\alpha + 1) = 0.$$

2. Решить уравнение

$$|1 + \log_{\frac{1}{3}} x| = 3 + |2 - \log_{\frac{1}{3}} x|.$$

3. Из города  $A$  в город  $B$ , находящийся на расстоянии 240 км от  $A$ , со скоростью 40 км/ч выходит автобус. Одновременно с ним из  $B$  в  $A$  с постоянной скоростью  $v$  км/ч выезжает автомобиль. Через полчаса после встречи автомобиль, не доезжая до города  $A$ , поворачивает обратно и с прежней скоростью движется по направлению к  $B$ . Определить все те значения  $v$ , при которых автомобиль приходит в  $B$  раньше, чем автобус.

4. В треугольнике  $ABC$  длина стороны  $BC$  равна среднему арифметическому длин сторон  $AB$  и  $AC$ . Угол  $A$  равен  $\alpha$ . Найти углы  $B$  и  $C$ , считая, что  $B \geq C$ . Исследовать, при каких значениях угла  $\alpha$  задача имеет решение.

5. В прямом круговом конусе с вершиной  $S$  угол между высотой  $SO$  и образующей равен  $\varphi$ . На плоскости основания вне конуса выбраны две точки  $A$  и  $B$  так, что прямые  $SA$  и  $SB$  взаимно перпендикулярны и образуют с высотой  $SO$  углы, соответственно равные  $\alpha$  и  $\beta$ . Вычислить угол между образующими, по которым боковая поверхность конуса пересекает треугольники  $OSA$  и  $OSB$ .

Вариант 2 (факультет вычислительной математики и кибернетики)

1. Определить все действительные значения  $\alpha$ , при каждом из которых уравнение имеет решение, и найти все эти решения

$$\cos^4 x - (\alpha + 2) \cos^2 x - (\alpha + 3) = 0.$$

2. Решить уравнение

$$|1 - \log_{\frac{1}{6}} x| + 2 = |3 - \log_{\frac{1}{6}} x|.$$

3. Из города  $A$  в город  $B$ , находящийся на расстоянии 105 км от  $A$ , с постоянной скоростью  $v$  км/ч выходит автобус. Через 30 минут вслед за ним из  $A$  в  $B$  со скоростью 40 км/ч выезжает автомобиль, который, догнав в пути автобус, поворачивает обратно и движется с прежней скоростью. Определить все те значения  $v$ , при которых автомобиль возвращается в  $A$  позже, чем автобус приходит в  $B$ .

4. В треугольнике  $ABC$  сторона  $BC$  служит основанием полукруга, площадь которого равна площади треугольника  $ABC$ . Угол  $A$  равен  $\alpha$ . Найти углы  $B$  и  $C$ , считая, что  $B \geq C$ . Исследовать, при каких значениях угла  $\alpha$  задача имеет решение.

5. В прямом круговом конусе с вершиной  $S$  угол между образующими  $SA$  и  $SB$  равен  $\alpha$ , а угол между их проекциями на плоскость основания равен  $\beta$ . Вычислить угол между биссектрисами углов  $OSA$  и  $OSB$ , где точка  $O$  является центром круга, служащего основанием конуса.